

Calcolo ragionato

dalle strategie del calcolo mentale
alla struttura del calcolo numerico
al rinnovamento dei contenuti
e alla risoluzione di problemi.

Gianfranco Arrigo

Sapyent Milano, NRD Bologna, SMASI Lugano

Calcolo ragionato

I numeri come amici dell'alunno

- **competenza nel calcolo:
concettualizzazione, pluralità delle strategie,
scoperta e costruzione di algoritmi**
- **educazione pre-algebrica**
- **calcolo approssimato**
- **introduzione al calcolo strumentale**

Gli esempi sono tratti da

I nostri amici numeri, Sapyent Editrice

Tre quaderni operativi: I-II / III / IV-V

Cinque fascicoli estivi: uno per classe

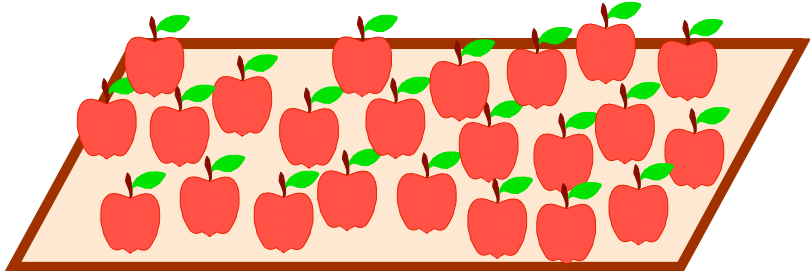
Autori: G. Arrigo, M. Giacobbe, L. Maurizi

Lezione 1

Addizione e sottrazione

Concettualizzazione:
contare, raggruppare e base 10

Da quad. I-II

MELE	GRUPPI DA 4	MELE SOLE
	5	3

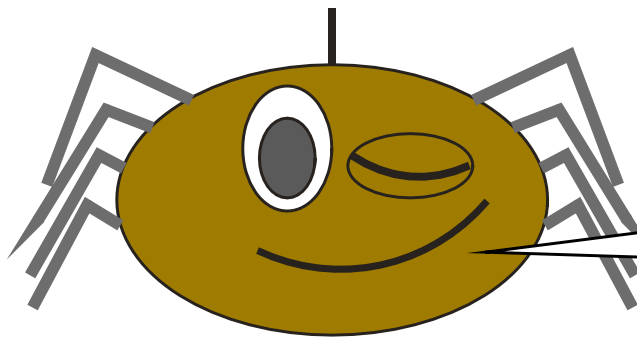
	GRUPPO DI 10 DECINA (da)	MONETE SOLE UNITÀ (u)
	1	5
IN CIFRE 15		

Ricerca di strategie

Da quad. I-II

I NOSTRI AMICI SONO ANDATI A CERCARE FUNGHI.
ERCOLINO HA TROVATO UN SOLO PORCINO.
FILIBERTO NE HA TROVATI 2.
ARTURO NE HA TROVATI IL DOPPIO DI FILIBERTO
E GENOVEFFA IL DOPPIO DI ARTURO.
QUANTI PORCINI HANNO COLTO IN TUTTO I
NOSTRI AMICI?

CALCOLO: $1 + 2 + 4 + 8 = \dots$



IO HO FATTO COSÌ:
 $1 + 2 + 4 + 8 = (2 + 8) + (4 + 1) = 10 + 5 = 15$
FAAACILEEE, NO?

Per gli insegnanti

La **scomposizione additiva** di un numero naturale è un passo basilare nell'apprendimento. Per esempio

$$5 = 0+5 = 1+4 = 2+3 = \dots ; 10 = 2+8 = 3+7 = 4+6 = 5+5 = \dots$$

$$\text{E anche: } 100 = 70+30 \quad 70 = 50+20 \quad 1000 = 700+300$$

$$57 + 20 \quad 84 + 40 \quad 128 + 100 \quad 570 + 200 \quad \dots$$

La scomposizione additiva nel calcolo

$$7 + 8 = 7 + (3+5) = (7+3) + 5 = 10 + 5 = 15 \quad (\dots)$$

$$70 + 80 = 150 \quad (\dots)$$

$$17 + 38 = 10 + 30 + (7+8) = 40 + 15 = 55 \quad (\dots)$$

$$717 + 838 = 700 + 800 + (17+38) = 1'500 + 55 = 1'555 \quad (\dots)$$

Pluralità delle strategie

$$\begin{aligned} 247 + 465 &= 2 \text{ h} + 4 \text{ da} + 7 \text{ u} + 4 \text{ h} + 6 \text{ da} + 5 \text{ u} = \\ &= 6 \text{ h} + 10 \text{ da} + 12 \text{ u} = 6 \text{ h} + 1 \text{ h} + (1 \text{ da} + 2 \text{ u}) = 7 \text{ h} + 1 \text{ da} + 2 \text{ u} \\ &\text{oppure} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (247 + 500) - 35 = 747 - 35 = (747 - 30) - 5 = 717 - 5 = 712 \\ &\text{oppure} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= ((250 + 500) - 3) - 35 = (750 - 3) - 35 = 747 - 35 = \\ &= (747 - 40) + 5 = 707 + 5 = 712 \quad (\dots) \end{aligned}$$

Nel **calcolo ragionato** le regole sono ridotte al minimo, le possibilità sono molte e c'è posto anche per altre.

L'alunno entra, in modo armonioso, nel **linguaggio algebrico** (prime espressioni di **calcolo in riga**), il calcolo è **esplicito**, l'allievo procede seguendo un **proprio ragionamento** che esprime liberamente.

Fissazione di alcune strategie

Promemoria di Genoveffa

Da quad. IV-V

$$357 + 400 = 757$$

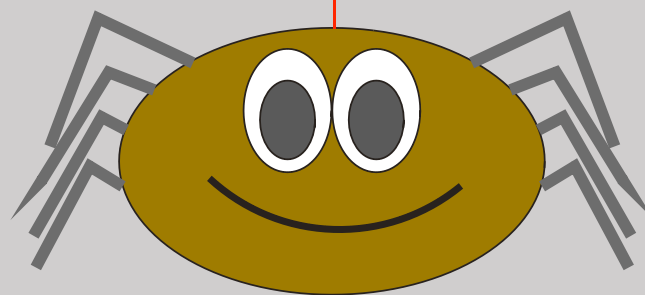
$$132 + 19 + 21 = 132 + (19+21) = 132 + 40 = 172$$

$$145 + 157 + 34 = (145+155) + 2 + 34 = 300 + 36 = 336$$

$$\begin{aligned} 5 + 5 + 3 + 3 + 3 + 6 + 6 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 3 + 5 + 4 + 6 &= \\ = 5 \times 3 + 3 \times 5 + 6 \times 3 + 4 \times 5 &= 15 + 15 + 18 + 20 = 68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 607 + 606 + 595 + 606 &= \\ = 600 \times 4 + (7 + 6 - 5 + 6) &= 2400 + 14 = 2414 \end{aligned}$$

L'apprendimento delle tecniche di calcolo si costruisce operando in situazioni diverse, confrontando i vari modi incontrati, valutandone comodità (facilità) e preferenze.



ESERCIZIO

Esempi di addizioni

$$87 + 36 = 80 + 7 + 30 + 6 = 110 + 13 = 123$$

$$87 + 36 = 8 \text{ da} + 7 \text{ u} + 3 \text{ da} + 6 \text{ u} = 11 \text{ da} + 13 \text{ u} = 1 \text{ h} + 1 \text{ da} + 1 \text{ da} + 3 \text{ u} = 1 \text{ h} + 2 \text{ da} + 3 \text{ u}$$

$$37 + 126 + 63 + 24 = (37 + 63) + (126 + 24) = 100 + 150 = 250$$

$$55 + 238 + 28 + 15 = (55 + 15) + (238 + 22) + 6 = 70 + 260 + 6 = 336$$

$$44 + 39 + 38 + 41 + 42 + 37 = 40 \times 6 + 4 - 1 - 2 + 1 + 2 - 3 = 240 + 1 = 241$$

Altre addizioni per esercizio

$$23 + 148 + 55 + 65 + 177 =$$

$$1519 + 67 =$$

$$21 + 20 + 24 + 17 + 21 + 18 + 22 + 20 + 17 + 22 =$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 =$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 =$$

$$1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 =$$

Concettualizzazione

(addizione e sottrazione)

Da quad. I-II

DAL PIÙ NASCE IL MENO

GENOVEFFA PROPONE UN NUOVO GIOCO. DEVI TROVARE QUALI NUMERI SONO NASCOSTI DAI FANTASMINI.

$$5 + \text{fantasma } 3 = 8$$

$$\text{fantasma } 9 + 3 = 12$$

$$10 + \text{fantasma } 0 = 10$$

SENZA FANTASMINO SI PUÒ SCRIVERE:

$$8 - 5 = 3$$

$$12 - 3 = 9$$

$$10 - 10 = 0$$

SI LEGGE: OTTO MENO 5 UGUALE A TRE, ECC. A TE!

$$\text{fantasma } 6 + 5 = 11$$

CHE SI SCRIVE

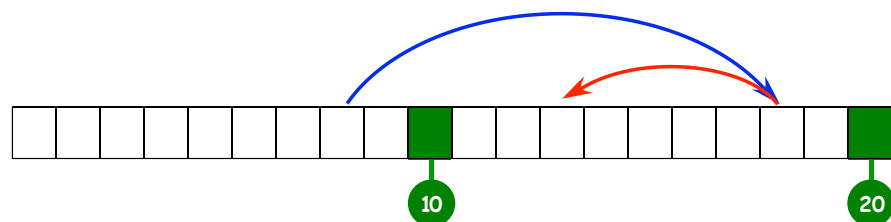
$$\dots - \dots = \dots$$

ORA PROVA A ESEGUIRE QUESTI CALCOLI

$$9 - 7 = \dots \quad (\dots)$$

Concettualizzazione (continua)

(addizione e sottrazione)



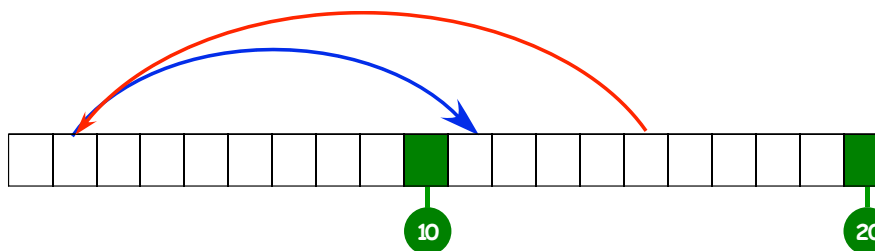
SI PARTE DALLA CASELLA 8, SI AVANZA DI 10 CASELLE (FRECCIA BLU) E POI SI INDIETREGGIA DI 5 CASELLE (FRECCIA ROSSA).

QUESTI DUE SPOSTAMENTI
GENOVEFFA LI SCRIVE COSÌ:
 $8 + 10 - 5 = 13$

Da quad. I-II



ORA TOCCA A TE.
COME SCRIVEREBBE GENOVEFFA
I DUE SPOSTAMENTI INDICATI
DALLA FIGURA SEGUENTE?



Costruzione di algoritmi (sottrazione)

Da quad. IV-V

$$77 - 13 = (77 - 10) - 3 = 67 - 3 = 64$$

oppure

$$= (77 - 3) - 10 = 74 - 10 = 64$$

Sottrazione dal basso all'alto detta anche "della cassiera"

$$83 - 58 = ?$$



quindi:

$$83 - 58 = 2 + 20 + 3 = 25$$



GRANDE GENO!
OGNI SOTTRAZIONE POSSO
TRASFORMARLA IN UNA
FACILE ADDIZIONE.

Strategie

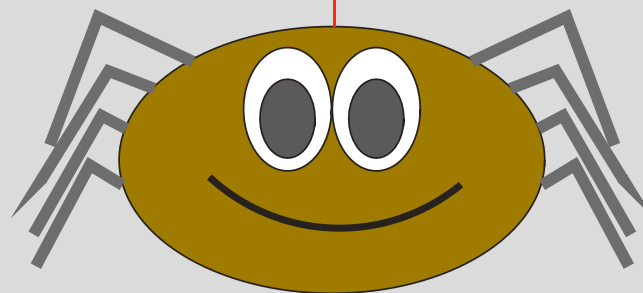
Da quad. III

Le operazioni acquistano senso nella realtà!



Luca possiede 150 figurine di calciatori, delle quali 50 sono doppie e 30 triple. Quante figurine diverse possiede?

Da una somma di 3200 € vengono prelevati dapprima 1000 € poi due volte 1075 €. Quanto rimane?



ESERCIZIO

Esempi di sottrazioni

$$580 - 86 = (580 - 80) - 6 = 500 - 6 = 494$$

$$330 - 58 = (330 - 60) + 2 = 270 + 2 = 272$$

esecuzione “dal basso in alto”: $330 - 58 = ?$



dunque: $330 - 58 = 2 + 40 + 200 + 30 = 2 + 270 = 272$

$$784 - 546 = 4 + 50 + 100 + 80 + 4 = 230 + 8 = 238$$

Altre sottrazioni per esercizio

$$73 - 37 =$$

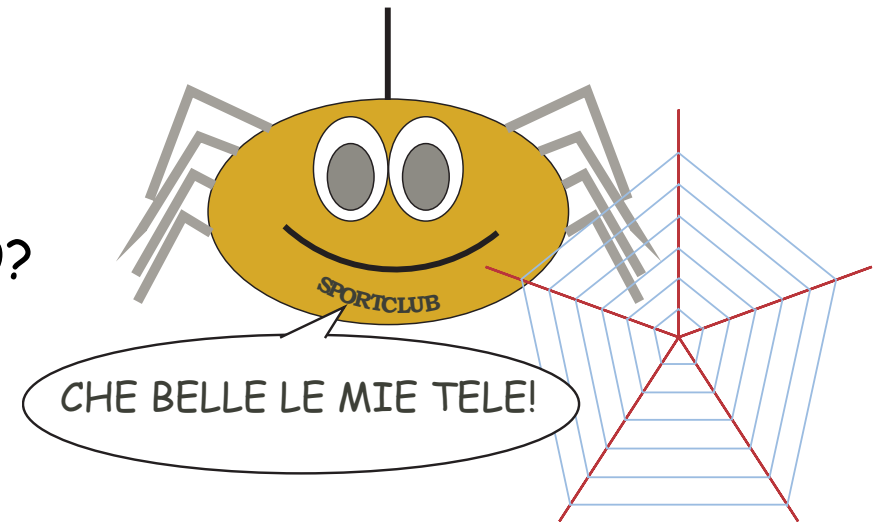
$$543 - 165 =$$

$$2500 - 784 =$$

$$1000 - 297 =$$

Problemi con addizioni e sottrazioni

ERCOLINO DI NOTTE HA TESSUTO 7 TELE.
DI GIORNO HA TESSUTO ALTRE TELE.
ALLA SERA AMMIRA IL SUO LAVORO.
IN TUTTO SONO 10 TELE.
QUANTE TELE HA TESSUTO DI GIORNO?



Problemi con addizioni e sottrazioni

UN CAMIONISTA HA SCARICATO 10 CASSE.
SUL CAMION NE AVEVA 16.

QUANTE CASSE RIMANGONO SUL CAMION?

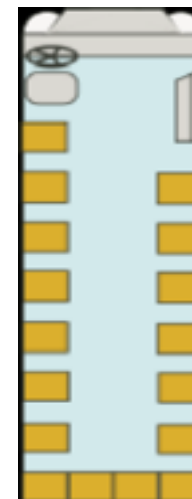
FRANCESCO HA 7 ANNI E GIOVANNI, CHE NE HA 15, NOTA CHE LA
SUA ETÀ È ESATTAMENTE LA SOMMA DELLE ETÀ DI FRANCESCO
E DI LUCA.

QUANTI ANNI HA LUCA?

QUANTI ANNI AVEVA GIOVANNI QUANDO È NATO FRANCESCO?

Problemi con addizioni e sottrazioni

QUESTO SCUOLABUS HA SULLA SINISTRA UNA FILA DI 7 SEDILI SINGOLI, SULLA DESTRA UNA FILA DI 6 SEDILI SINGOLI E IN FONDO UNA PANCA DI 4 POSTI.



VI SALGONO 11 SCOLARI. 3 SI SIEDONO SULLA PANCA.

QUANTI POSTI POTREBBERO ESSERE OCCUPATI IN CIASCUNA DELLE DUE FILE?

UN GIORNO SALGONO 20 SCOLARI. 13 OCCUPANO LE DUE FILE.

QUANTI SI SONO SEDUTI SULLA PANCA?

Problemi con addizioni e sottrazioni

ALLA FINE DI UN TORNEO DI CALCIO, LE SQUADRE DEI ROSSI E DEI BLU SONO GIUNTE A PARI PUNTI.

VINCE IL TORNEO CHI HA LA MAGGIORE DIFFERENZA RETI.

I ROSSI HANNO SEGNATO 24 RETI E NE HANNO INCASSATE 15.

I BLU HANNO SEGNATO 33 RETI E NE HANNO INCASSATE 25.

QUALE SQUADRA HA VINTO IL TORNEO?

Problemi con addizioni e sottrazioni

Da quad. IV-V

Piramidi di sfere

Ecco una piramide quadrangolare di 6 piani:
Puoi provare a costruirne qualcuna anche tu, per esempio con palline da tennis come quella rappresentata sopra.



Hai fatto qualche costruzione? Potresti usare anche arance, mandarini o altre cose di forma sferica.

Ora proviamo a calcolare il numero di palline necessarie.

Ecco una tabella che ti invitiamo a completare:

Un problema con addizioni

Da quad. IV-V

strati	calcolo	totale
1	1	1
2	1+4	5
3	1+4+9	

(...)

10		
----	--	--



$$\begin{aligned} &1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 = \\ &= (4+16) + (36+64) + (49+81) + (1+9) + 25 + 100 = 20 + 100 + 130 + 10 + 25 + 100 = \\ &= 330 + 55 = 385 \end{aligned}$$

FINE LEZIONE 1