Calcolo ragionato e competenze (sintesi)

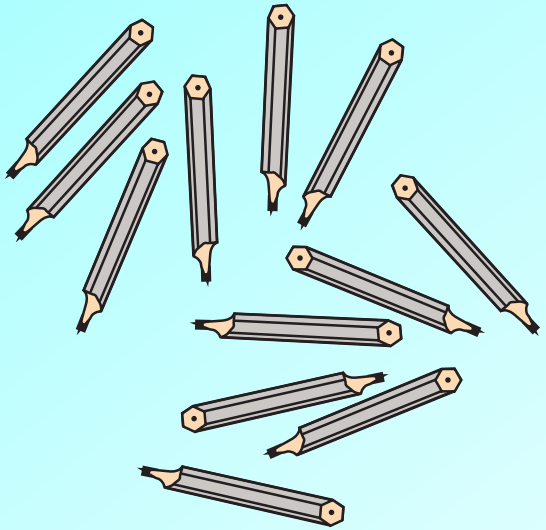
2017 – IcM 31

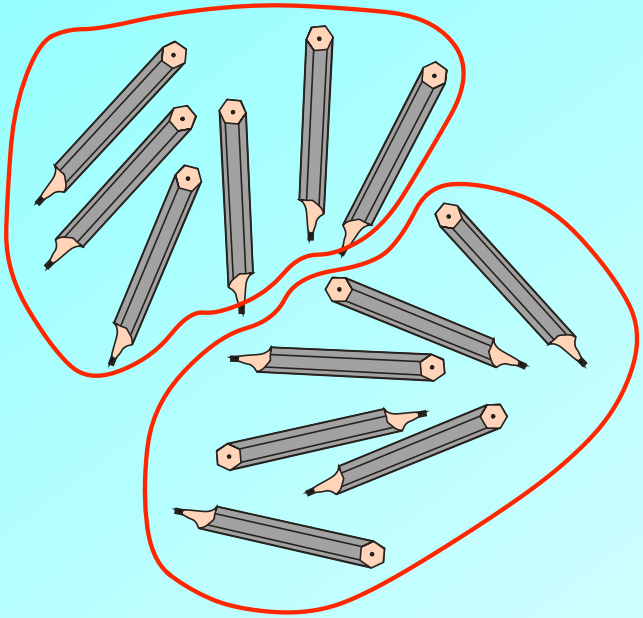
Gianfranco Arrigo, NRD Bologna

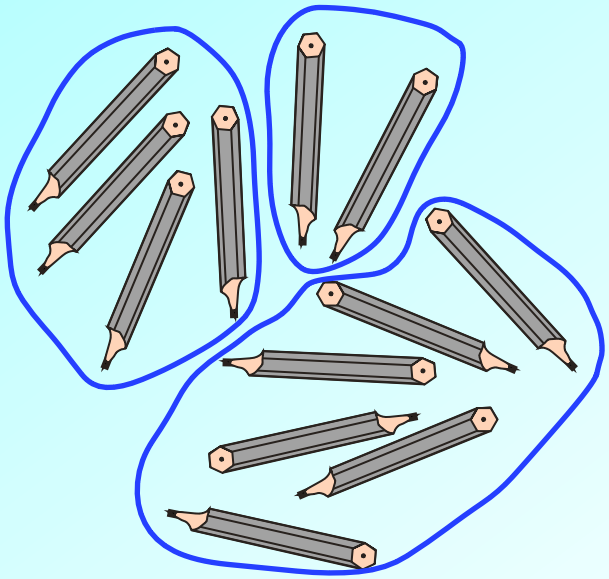
Il sistema di numerazione a base dieci

Contare gli elementi di un dato Insieme **disordinato** di elementi.

L' **enumerazione**: operazione fondamentale

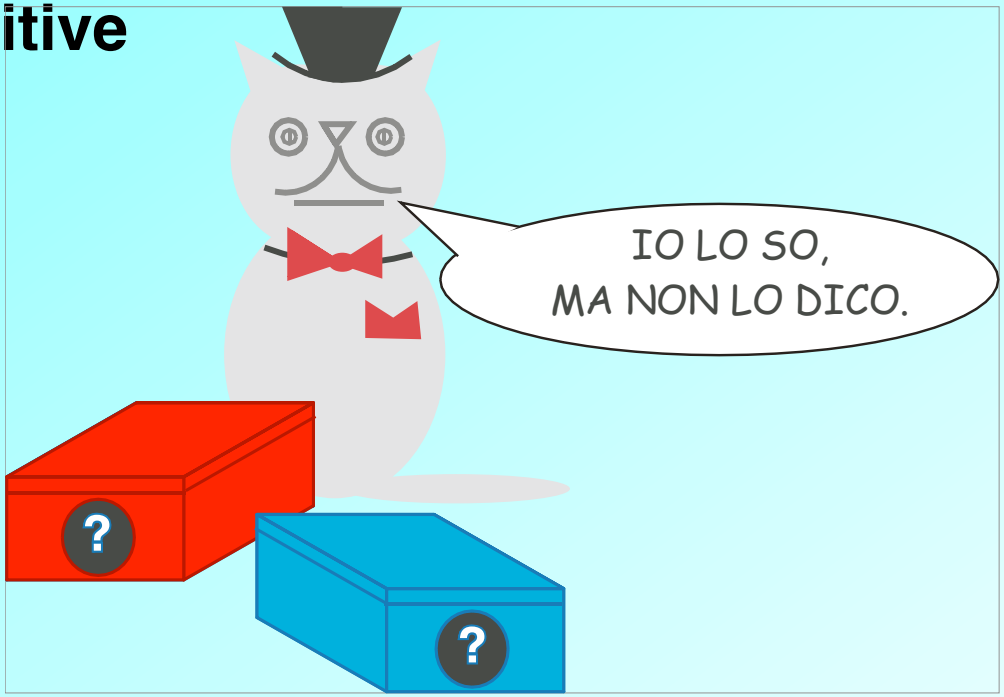






Il sistema di numerazione a base dieci

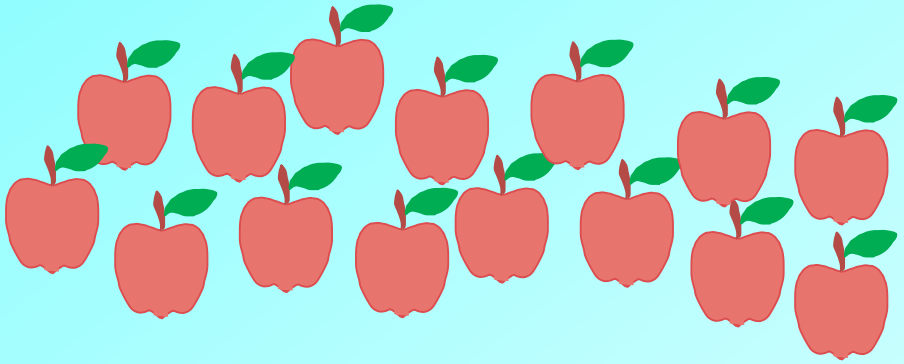
Le scomposizioni additive



ARTURO PORTA DUE SCATOLETTE DI MACCHININE PER GIOCARE CON I SUOI AMICI. LE VUOTA SUL TAVOLO ED ESCONO 6 MACCHININE. QUANTE MACCHININE POTEVANO ESSERCI IN OGNI SCATOLETTA?

Il sistema di numerazione a base dieci

La base di un sistema



LE MELE VANNO MESSE IN CONFEZIONI DA 6 CIASCUNA.

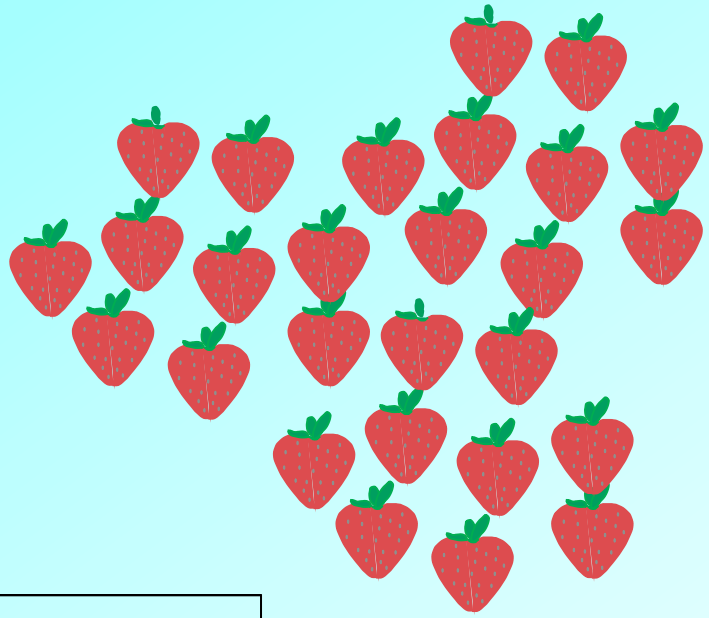
QUANTE CONFEZIONI? QUANTE MELE SOLE?

CONFEZIONI	MELE SOLE
2	3

TOTALE MELE:
15

Il sistema di numerazione a base dieci

La base di un sistema



LE FRAGOLE VANNO MESSE
IN CONFEZIONI DA 10 CIASCUNA.

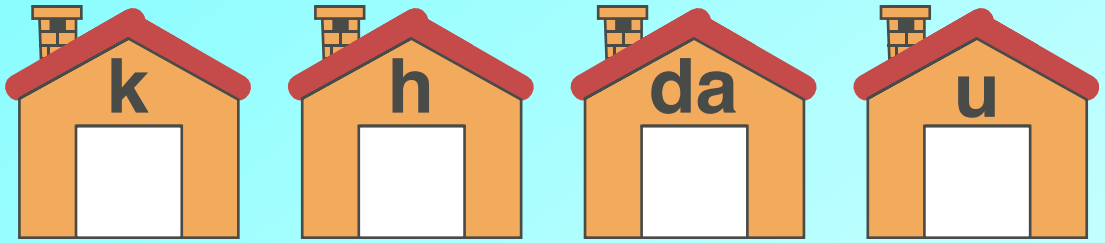
QUANTE CONFEZIONI?
QUANTE MELE SOLE?

CONFEZIONI	FRAGOLE SOLE
2	7

TOTALE FRAGOLE:
27

Il sistema di numerazione a base dieci

Sistema in base 10



L'uso dei simboli già a partire dalla prima è caldamente consigliato…

758 = 7 h + 5 da + 8 u

soprattutto nei calcoli

14 + 23 = 10 + 4 + 20 + 3 = (10 + 20) + (4 + 3) = 30 + 7 = 37
14 + 23 = 1 da + 4 u + 2 da + 3 u = 3 da + 7 u = 37

0,7 x 0,26 = 7 d x 26 c = 182 m = 0,182

Competenze sul sistema di numerazione

Contare un insieme di oggetti (poco o molto numeroso)

Produrre un insieme di oggetti di data numerosità

Riconoscere il valore posizionale delle cifre

Leggere un numero scritto in cifre e scrivere in cifre un numero espresso con una parola

Trasformare un numero dato in cifre o con una parola in somma di (k, h, da, u) e inversamente

L'addizione

La **scomposizione additiva** di un numero naturale è un passo basilare nell'apprendimento. Per esempio:

5 = 0 + 5 = 1+4 = 2+3 = 3+2 = 4+1 = 5+0

10 = 0 + 10 = 1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4+6 = 5+5 = …

E anche:

100 = 70+30, 70 = 50+20,

1000 = 700+300, 900 = 500+400,…

Uso della scomposizione additiva nel calcolo

7+8 = 7+(3+5) = (7+3)+5 = 10+5 = 15 (…)

Oppure:

7+8 = 8+7 = (8+2) + 5 = 10 + 5 = 15

E anche: 70+80 , 700 + 800 , (…)

L’addizione: scomposizione additiva

17+38 = 10+30+(7+8) = 40+15 = 55

oppure

17+38 = (17 + 3) + 35 = 20 + 35 = 55

o ancora

17+38 = 38+17 = (38+2) + 15 = 40 + 15 = 55

E poi

717+838 = 700 + 800 + (17+38) = 1’500 + 55 = 1’555

oppure

700 + 800 + (17 + 3) + 35 = 1’520 + 35 = 1’555

(…)

«Calcolo ragionato»

Questo modo di eseguire i calcoli lo chiamiamo **calcolo ragionato**. Introduce l'allievo gradatamente, in modo armonioso, nel **linguaggio algebrico** (prime espressioni di calcolo in riga).

Esempio

247 + 485 = 200 + 40 + 7 + 400 + 80 + 5 = (600 + 120) + 12 =

= 720 + 12 = 732

oppure

= (247+500) – 15 = 747 – 15 = (747–10) – 5 = 737–5 = 732

o anche

2 h+4 da+7 u+4 +8 da+5 u = 6 h+1 h+2 da+1 da+2 u =
= 7 h + 3 da + 2 u

Le addizioni vincenti

$4 + 17 + 6 + 13 = (4 + 6) + (17 + 13) = 10 + 30 = 40$

$39 + 78 + 11 = (39 + 11) + 70 + 8 = 50 + 70 + 8 = 120 + 8 = 128$

E se non si è fortunati? Ci si arrangia ugualmente!

$57 + 68 + 116 = (52+68) + 5 + 116 = 120 + 121 = 241$

oppure:

$= 57 + (64+116) + 4 = 180 + 61 = 241$ (…)

Con un po' di allenamento, con calcoli simili eseguiti in riga (o mentalmente), si riesce a battere in velocità chiunque operi con una calcolatrice. La soddisfazione è tanta!

La sottrazione “a pezzetti”

$73 - 17 = (73 - 10) - 7 = 63 - 7 = 56$

oppure:

$73 - 17 = (73 - 3) - 14 = 70 - 14 = (70 - 10) - 4 = 60 - 4 = 56$

o altro, nel segno della massima libertà.

La sottrazione “dal basso all’alto”

73 – 17 = ?

$17 \xrightarrow{+3} 20 \xrightarrow{+50} 70 \xrightarrow{+3} 73$

$73 - 17 = 3 + 50 + 3 = 56$

Come dire: la sottrazione trasformata in addizione.

Competenze su addizione e sottrazione in N

Scomporre un numero n (n≤10) in due o più addendi multipli di 10 o 100 e con i simboli h, da, u

Riconoscere addendi che sommati danno multipli di 10 (100); permutare e associare addendi in modo conveniente

Conoscere il legame tra addizione e sottrazione

Eseguire sottrazioni entro il 1000 mediante le tecniche “a pezzetti” e “dal basso all’alto”

Di fronte a una addizione/sottrazione da eseguire, scegliere strategie convenienti

Affrontare opportunamente problemi additivi-sottrattivi

La moltiplicazione: le tabelline

Memorizzarle, ma dopo una costruzione ragionata.

Esempio

Se so che 7 x 3 = 21, allora posso facilmente dedurre che
7 x 4 = 21 + 7 = 28 e anche 7 x 2 = 21 – 7 = 14 (…)

La moltiplicazione oltre le tabelline

20 × 40 = 800 ; 30 × 8 = 240, ecc.

15 × 7 = (10 + 5) × 7 = 10 × 7 + 5 x 7 = 70 + 35 = 105

13 × 19 = 13 × (20 – 1) = 260 – 13 = 247

(…)

Combinare moltiplicazione con addizione e sottrazione è un gioco divertente e proficuo.

$42 \times 39 = ?$

$42 \times 39 = (40 + 2) \times 39 = 40 \times 39 + 2 \times 39 =$

$= (1600 - 40) + (80 - 2) = 1560 + 78 = 1638$

oppure:

$42 \times 39 = (42 \times 40) - 42 = 1680 - 42 = 1638$

oppure:

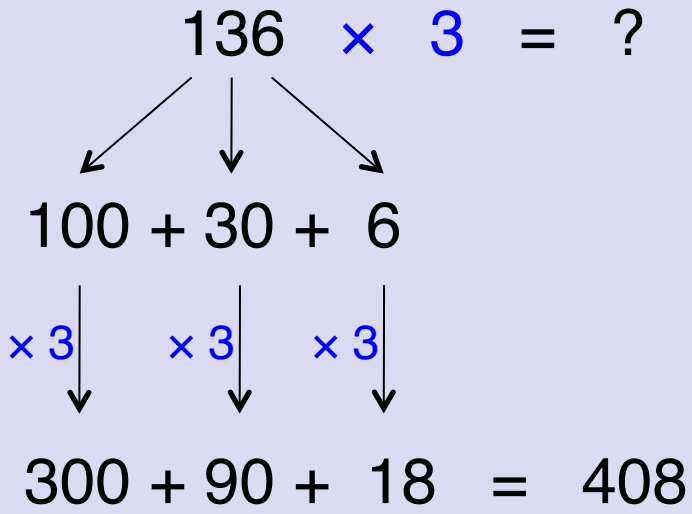
x	40	2
30	1200	60
9	360	18

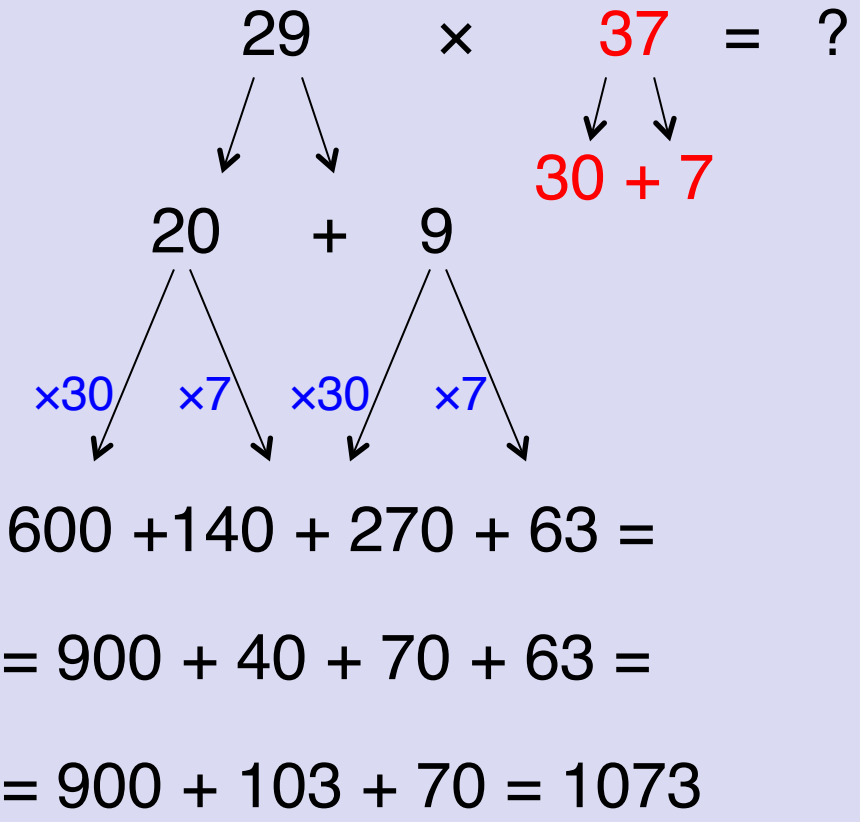
$42 \times 39 = 1200 + 360 + 60 + 18 =$

$= 1560 + 60 + 18 = 1620 + 18 = 1638$

Come dire: la moltiplicazione trasformata in addizione.

Altro esempio: la moltiplicazione schematica:





La divisione in N: difficile ma … ammaestrabile!

Alcuni esempi:

Da $42 = 6 \times 7$ seguono $\begin{cases} 42 : 6 = 7 \\ 42 : 7 = 6 \end{cases}$

Oltre le tabelline: scomposizione additiva
con **multipli del divisore**

$112 : 8 = (80 + 32) : 8 = 80 : 8 + 32 : 8 = 10 + 4 = 14$

$301 : 7 = (280 + 21) : 7 = 280 : 7 + 21 : 7 = 40 + 3 = 43$

$390 : 15 = (390 : 3) : 5 = 130 : 5 = (100 + 30) : 5 =$
$= 100 : 5 + 30 : 5 = 20 + 6 = 26$
(…)

La divisione in N: situazioni non agevoli

845 : 65 = ? Cioè: quante volte il 65 sta in 845?

$$\xrightarrow{65 \times \mathbf{10}} 650 \xrightarrow{+\ 65 \times \mathbf{3}} 845$$

845 : 65 = 10 + 3 = 13

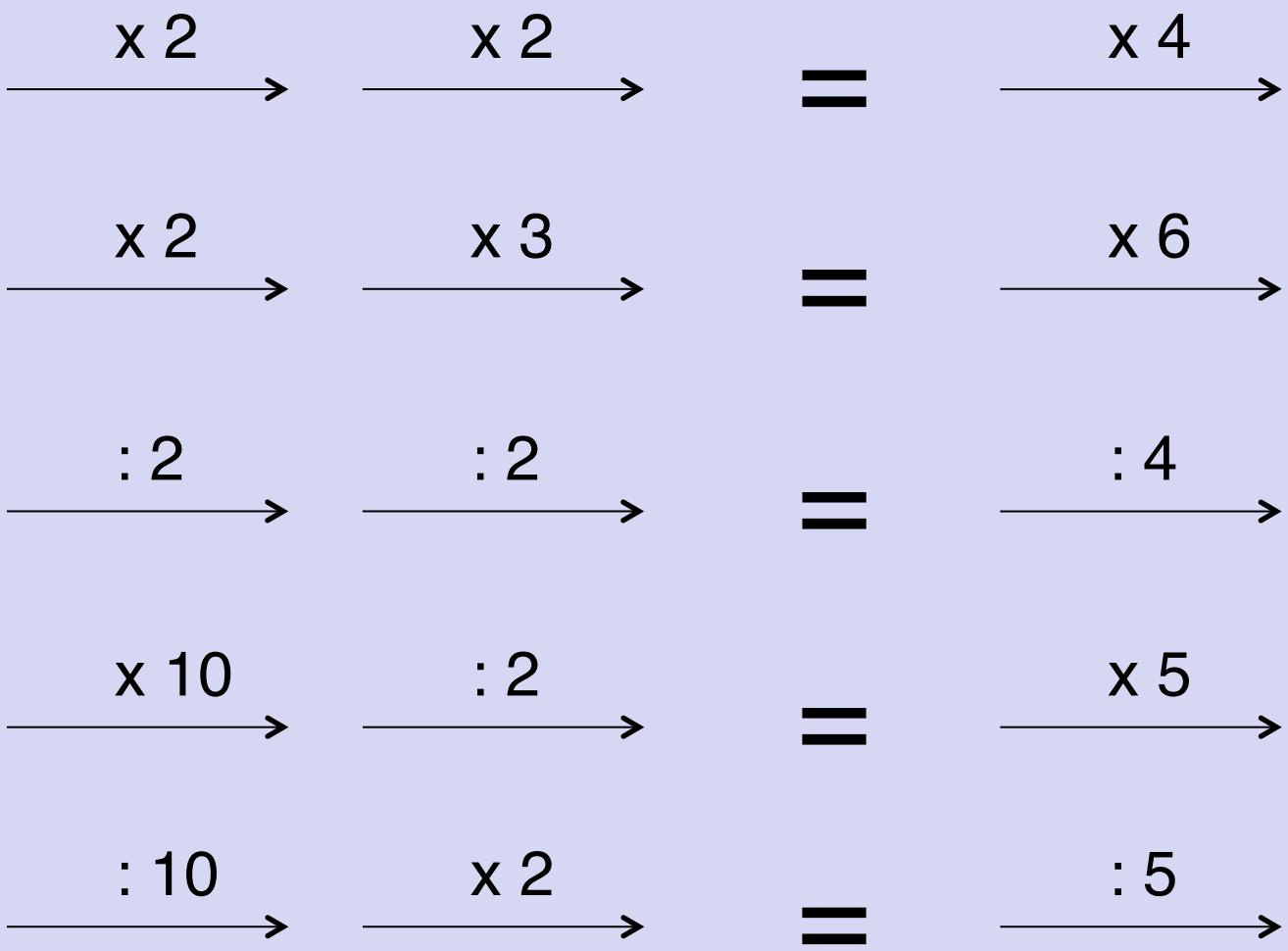
2632 : 56 = ?

$$\xrightarrow{56 \times \mathbf{20}} 1120 \xrightarrow{+\ 56 \times \mathbf{20}} 2240 \xrightarrow{+\ 56 \times \mathbf{5}} 2520 \xrightarrow{+\ 56 \times \mathbf{2}} 2632$$

2632 : 56 = 20 + 20 + 5 + 2 = 47

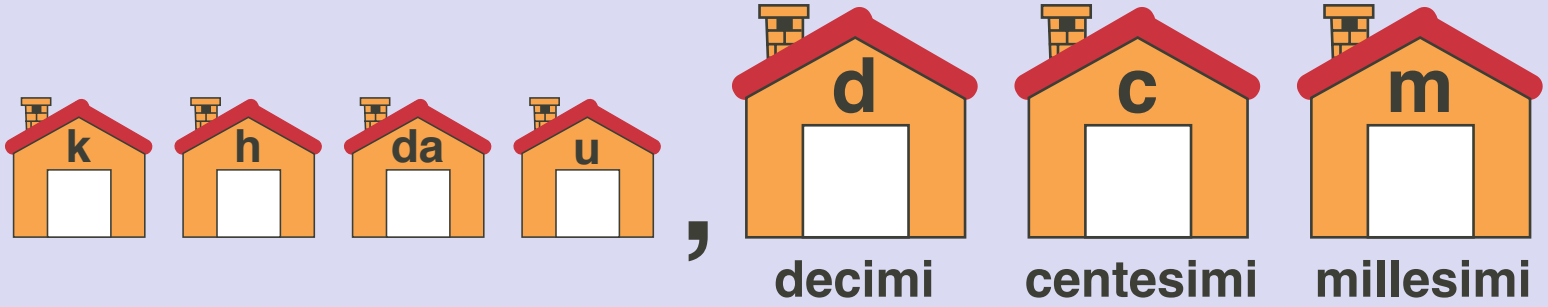
Come dire: la divisione trasformata in addizione

Composizioni di moltiplicazioni e di divisioni



Ecc.

E con i numeri decimali, come facciamo?



NOME	IN SIMBOLI	IN CIFRE
decimo	1 d = 0,1 u = 10 c = 100 m	0,1
centesimo	1 c = 0,01 u = 0,1 d = 10 m	0,01
millesimo	1 m = 0,001 u = 0,01 d = 0,1 c	0,001

A PAROLE	IN CIFRE
cinquantasei millesimi	0,056
otto decimi e sette millesimi	
quarantacinquemilaseicentosettantotto millesimi	
	3,030

E con i numeri decimali, come facciamo?

Ogni calcolo è riconducibile a un calcolo con **numeri interi**.

Esempi

3,4 + 2,75 = 340 c + 275 c = (340+200+75) c = 615 c = 6,15

0,2 x 0,3 = 2 d x 3 d = 6 c = 0,06

2,03 x 1,8 = 203 c x 18 d = ((203 x 3) x 6) m = (609 x 6) m =

(3600 + 54) m = 3654 m = 3,654

5,52 : 0,12 = 552 c : 12 c = ((480+72) : 12) =

= (480 : 12) + (72 : 12) = 40 + (72 : 4) : 3 = 40 + 18 : 3 =

= 40 + 6 = 46

Competenze sulla moltiplicazione e divisione in N

Conoscere il legame tra addizione e moltiplicazione e tra moltiplicazione e divisione

Memorizzare i prodotti entro il 100 e qualche quadrato

Usare scomposizioni (additive e moltiplicative) e proprietà distributiva per calcolare prodotti e quozienti oltre il 100

Trasformare operazioni tra decimali in operazioni tra interi, operando con i simboli k, h, da, u, d, c, m

Combinare addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione per affrontare problemi numerici usando anche strategie personali (in particolare, strutture ad albero, schieramenti,…)

Sintesi

Competenze generali sul calcolo

Analizzare un dato calcolo/sequenza di calcoli per decidere come eseguirlo: con quali tecniche (in riga, schematicamente, …), o con la calcolatrice (come ultima possibilità)

Applicare le proprietà commutativa e associativa di addizione e moltiplicazione per eseguire successioni di queste operazioni, senza che queste proprietà siano formalizzate

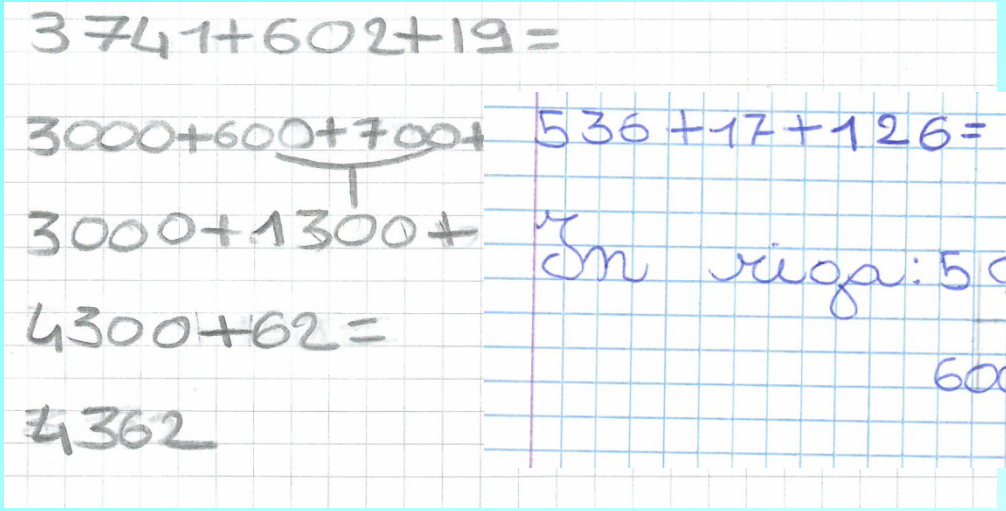
Applicare la proprietà invariantiva in sottrazioni e divisioni e la composizione di operatori moltiplicativi e divisivi

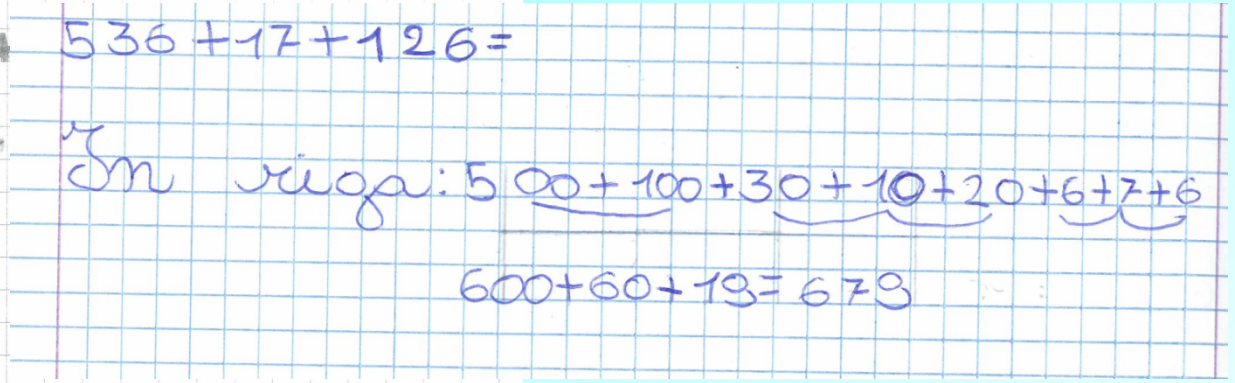
Conoscere la non commutatività e la non associatività di sottrazione e divisione ed essere in grado di calcolare espressioni del tipo (a±b)±c, a±(b±c) e analoga con «x/:»

Affrontare un calcolo con interesse, pronti a decidere la strategia (anche in funzione delle proprie capacità), provando soddisfazione quando si riesce a farlo con la propria mente.

L' addizione IN RIGA

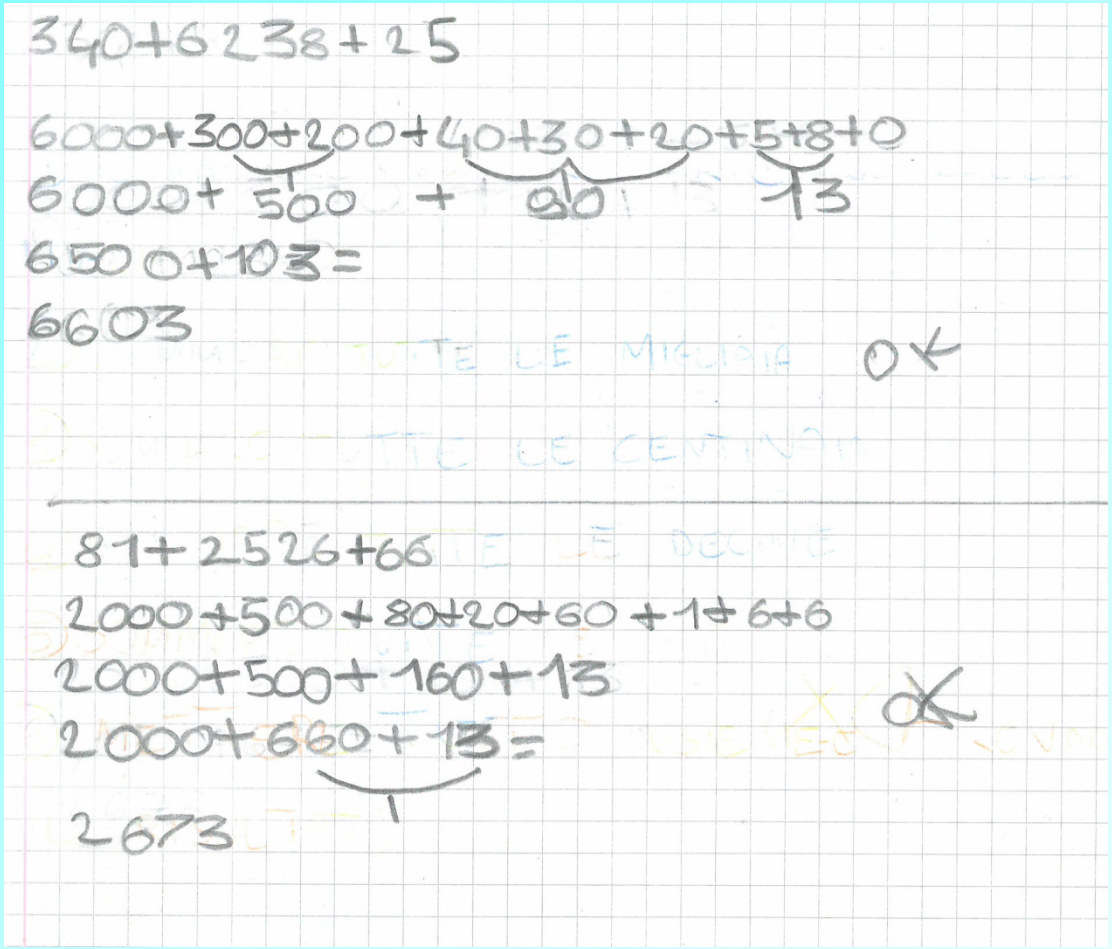
Siamo partite dalla scomposizione dei numeri, dall'associazione degli amici di 10, 100, e poi dalla somma dei parziali per ottenere la somma totale.



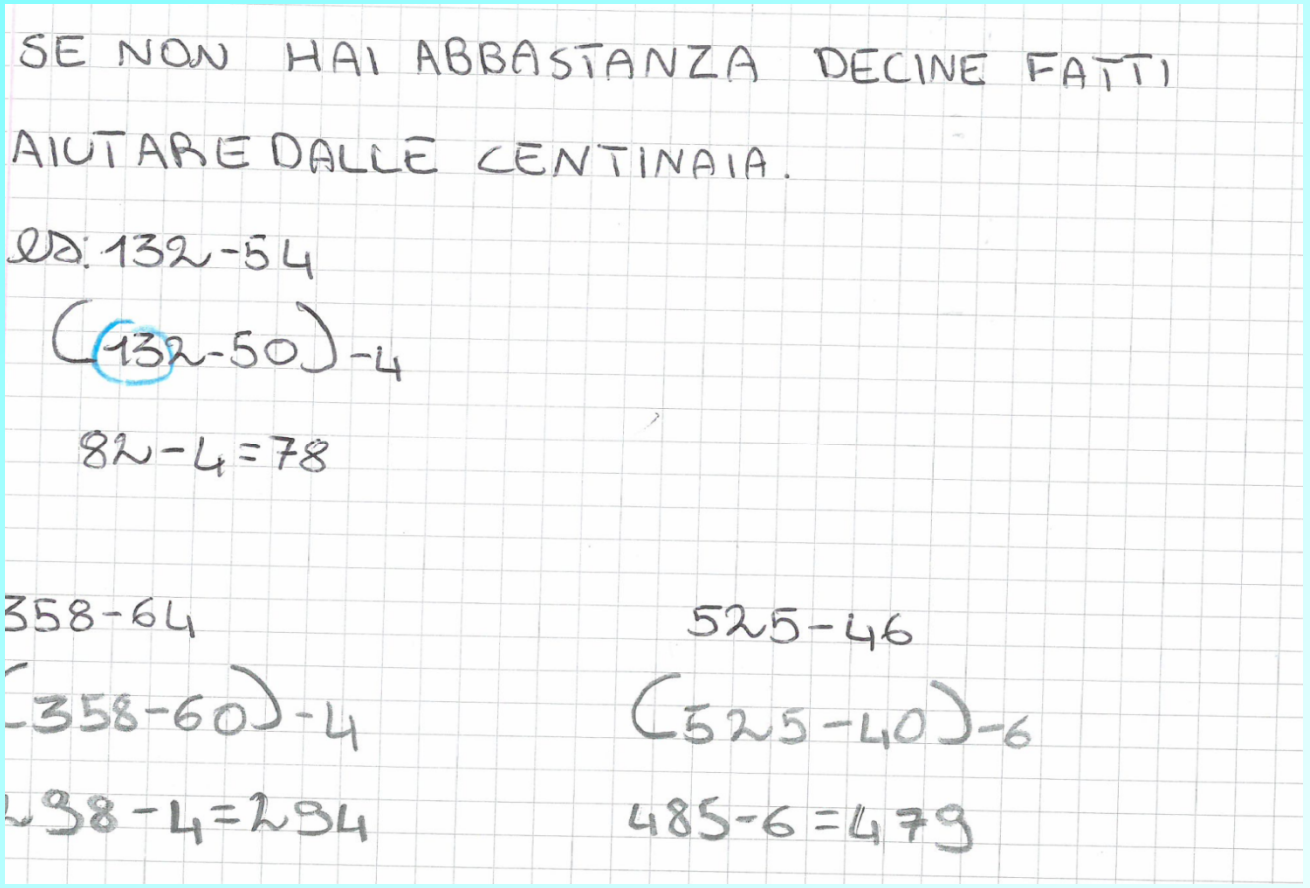


Siccome l' addizione possiede la proprietà commutativa i bambini possono cominciare a calcolare da dove preferiscono, cercano e trovano strategie diverse,personali

Esempi tratti dai quaderni



Ancora esempi



La moltiplicazione in riga e in tabella

243 x 6

(200 x 6) + (40 x 6) + (3 x 6) =

1200 + 240 + 18 = 1458

146 x 5

(100 x 5) + (40 x 5) + (6 x 5)

500 + 200 + 30 = 730

254 x 2

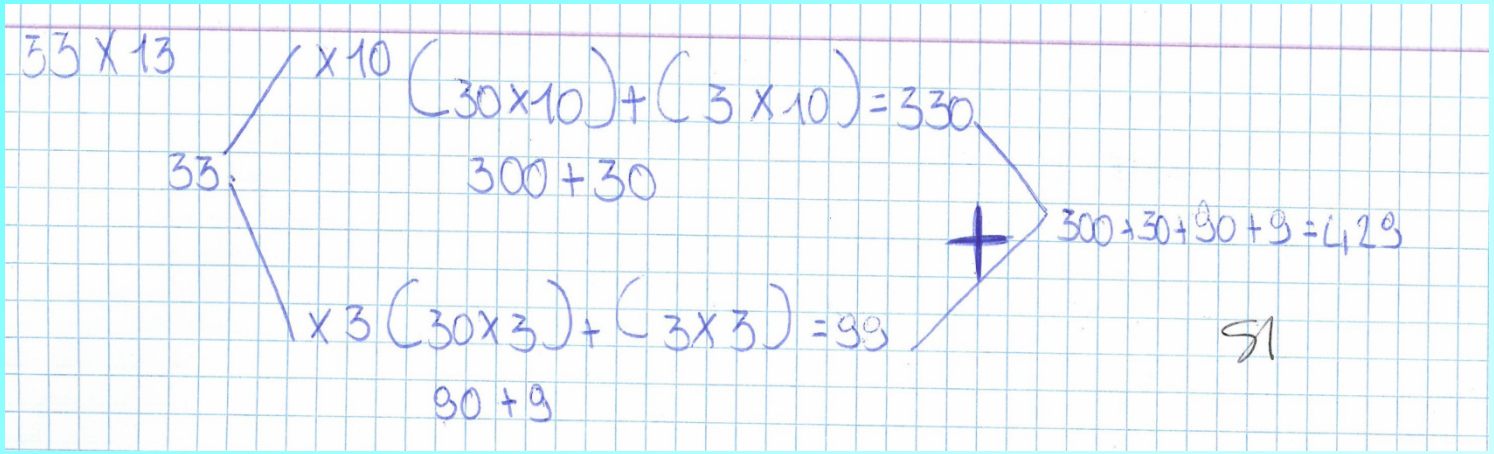
x	200	50	4
2	400	100	8

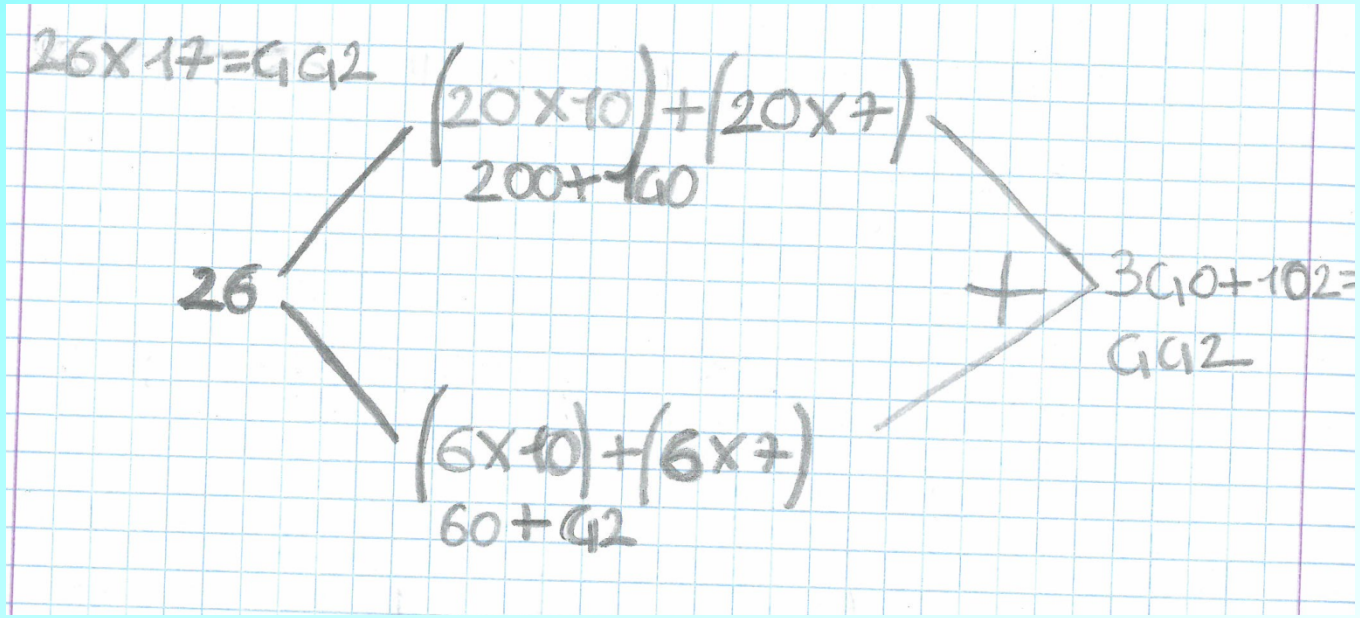
= 508

343 x 3

x	300	40	3
3	900	120	9

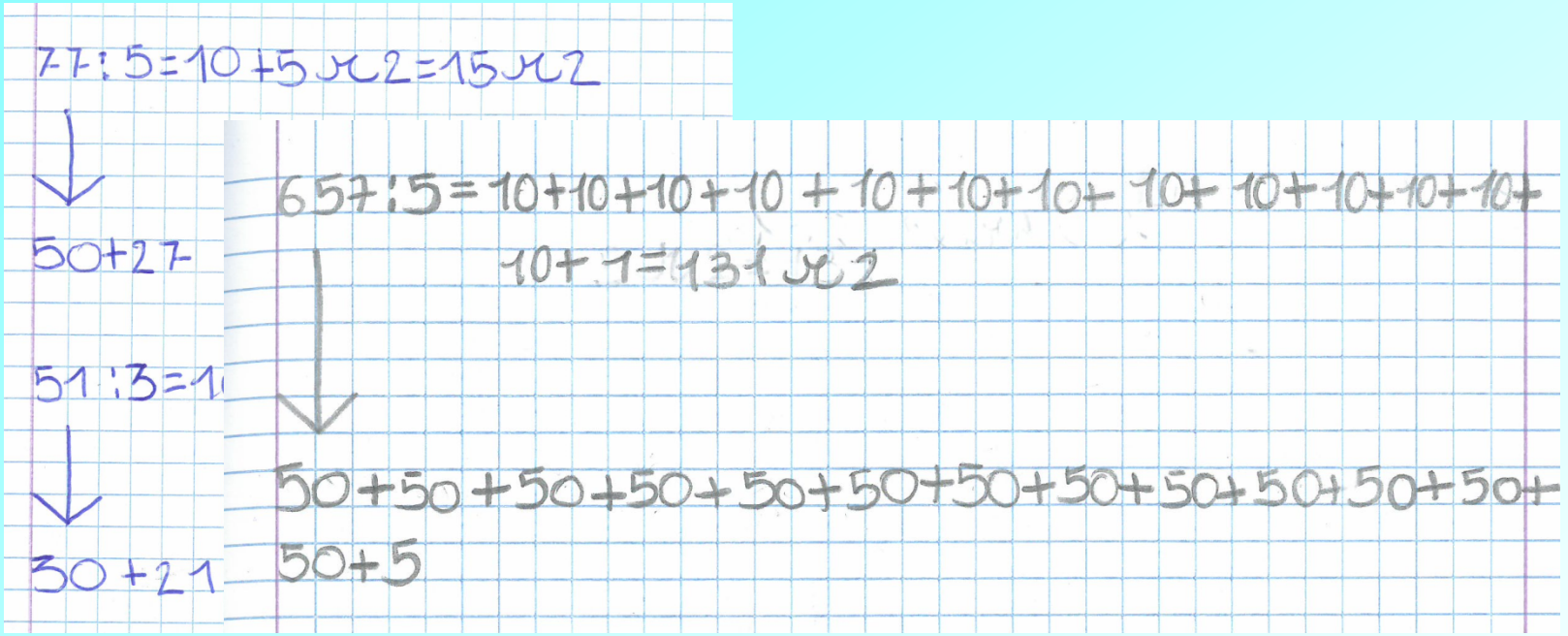
= 1029


33 X 13
33
X 10
(30 X 10) + (3 X 10) = 330
300 + 30
X 3 (30 X 3) + (3 X 3) = 99
90 + 9
+
300 + 30 + 90 + 9 = 429
51


26 X 17 = 442
26
(20 X 10) + (20 X 7)
200 + 140
(6 X 10) + (6 X 7)
60 + 42
+
340 + 102 =
442

DIVISIONE

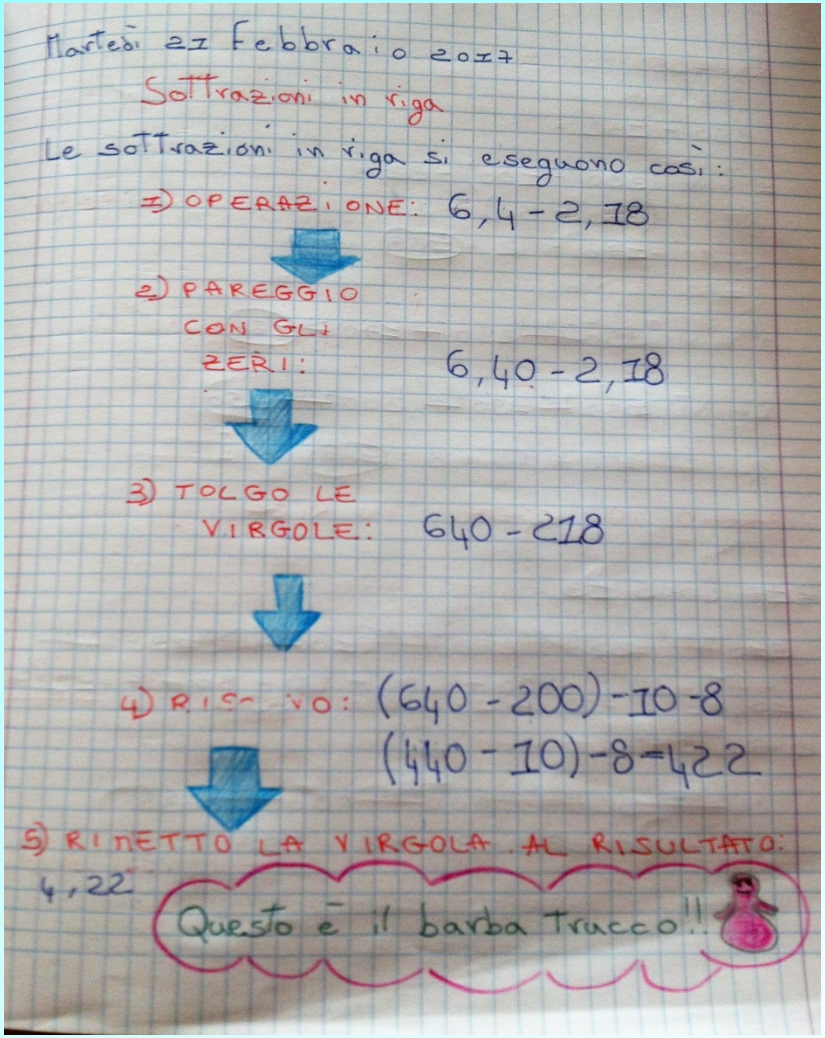
Sono emerse diverse strategie:
scomposizione del dividendo in multipli del divisore

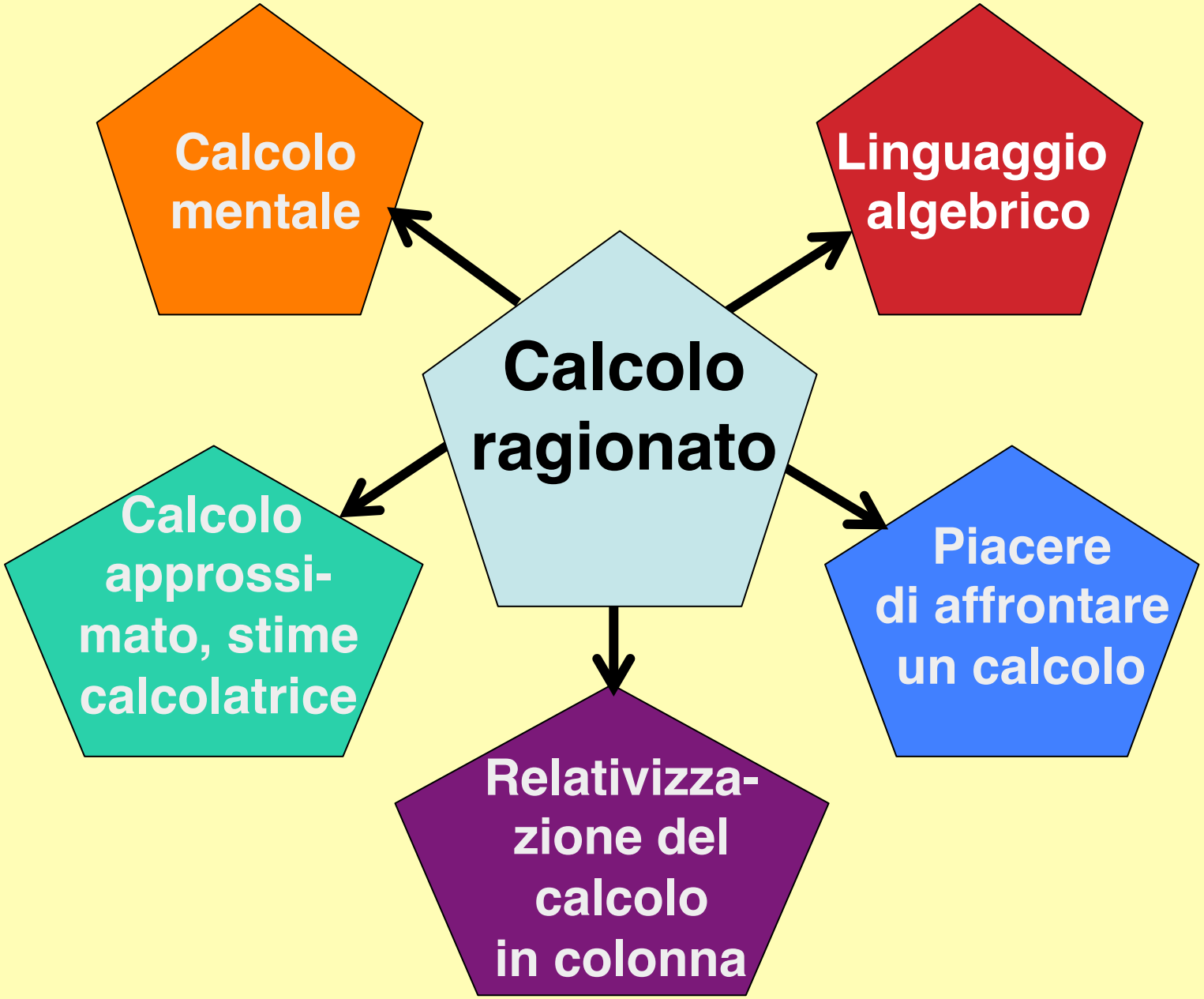


E con la virgola?

Il segreto sta nel ricondurre tutti i numeri decimali a numeri senza la virgola (scegliendo l'unità di valore) effettuare il calcolo come al solito e poi trasformare il risultato in unità .

Questo vale sia per addizione che per sottrazione.




Calcolo mentale
Linguaggio algebrico
Calcolo ragionato
Calcolo approssi-mato, stime calcolatrice
Piacere di affrontare un calcolo
Relativizza-zione del calcolo in colonna

Indirizzi utili:

gianar76@gmail.com
lorellamaurizi@gmail.com
marinagiacobbe7@gmail.com
www.dm.unibo.it/rsddm
www.smasi.ch