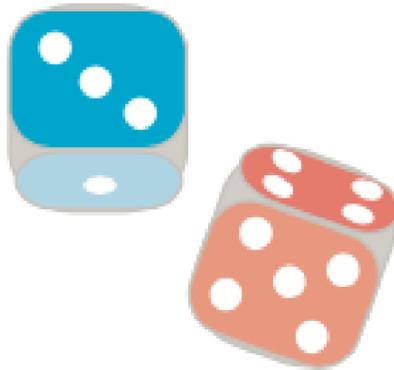


Educazione al pensiero probabilistico già a partire dalla primaria



Gianfranco Arrigo, NRD Bologna, SMASI Lugano
IcM 34, novembre 2020

L'insegnamento della probabilità:
molti dubbi, poca esperienza

La probabilità non concerne gli alunni della primaria?

Scommetto che domani pioverà...

Oggi sento che sarà la volta buona...

La mia squadra del cuore vincerà il derby...

La mamma non si accorgerà ...

Gli studenti delle superiori faticano molto di fronte a problemi di probabilità.
Figuriamoci gli alunni della primaria!

È vero che gli studenti liceali incontrano grosse difficoltà nello studio del calcolo delle probabilità.

Perché?

Pensiamo all'algebra (aritmetica) e alla geometria.

Quando un giovane inizia a conoscere e operare in questi ambiti?

Già alla scuola dell'infanzia, poi alla primaria e alla scuola media.

Quando giunge alle superiori porta con sé un gran bagaglio di esperienze e di conoscenze, essenziale per capire la fase di formalizzazione.

Per la probabilità: (quasi) niente.

Quali dovrebbero essere gli obiettivi generali di questo insegnamento nella primaria?

Dare all'alunno prime immagini del concetto di probabilità matematica che gli serviranno per capire i successivi passi che lo porteranno alle formalizzazioni del calcolo delle probabilità.

Impedire che nell'alunno si cristallizzino le misconcezioni più comuni relative ai fenomeni casuali:
credere di essere fortunati / sfortunati, cadere nella superstizione, affidarsi a gesti scaramantici.

Mostrare all'alunno l'altra faccia del pensiero matematico (e più in generale scientifico), quella probabilistica opposta al determinismo.

I bimbi della scuola primaria sono in grado di capire il calcolo delle probabilità?

Sicuramente, no!

Ma...

È importante che l'alunno costruisca le prime immagini mentali relative al concetto di **probabilità matematica**.

È possibile mettendolo di fronte a stimolanti situazioni ludiche, vicine al suo mondo di esperienze.

Esempi di attività probabilistiche nella scuola primaria

Sicuro, possibile, impossibile

La parola incompleta

Un cartello portava scritto una parola di otto lettere.

Le lettere dalla seconda alla quinta sono state cancellate.



Esaminiamo insieme alcune affermazioni e associamole con uno degli aggettivi: **sicuro**, **possibile (ma non sicuro)**, **impossibile**.

La parola nascosta è VERBANIA

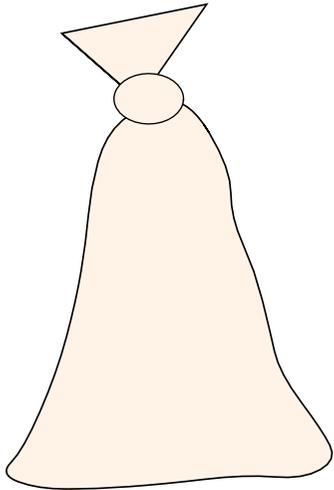
La parola è VANIA

La parola nascosta è VALLECANIA

È più probabile che la parola era VERBANIA o VIRGINIA?

Sicuro, possibile, impossibile

Che cosa ci sarà nel sacchetto?



Nel sacchetto sono state messe 7 palline: alcune nere, le altre bianche.

Fabio, Corinne e Massimo, a turno, per 4 volte, pescano una pallina, annotano il colore (N o B) e la rimettono nel sacchetto.

Fabio ottiene N B N N;

Corinne N B N B;

Massimo B B B B

Quante palline bianche (nere) ci sono nel sacchetto?

Sicuro, possibile, impossibile

N B N N

Che cosa ci sarà nel sacchetto?

N B N B

Esaminiamo le seguenti affermazioni:

B B B B

Ci sono più palline bianche

C'è almeno una pallina bianca e una nera

Tutte le palline sono bianche

Ci sono 5 palline bianche e 2 nere

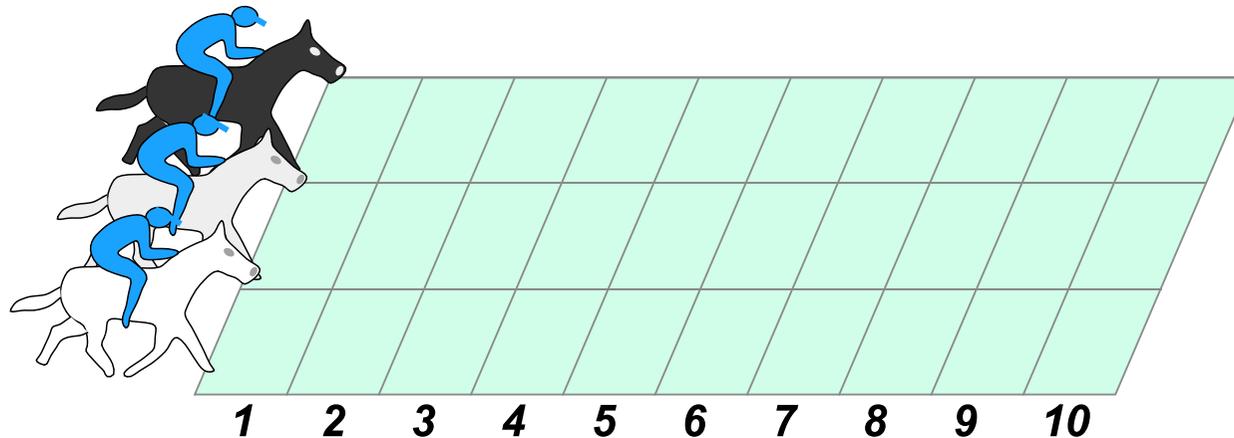
Ci sono tante palline bianche quante nere

Ci sono 4 palline bianche e 3 nere

Domanda finale

Si può individuare in modo sicuro quante palline bianche ci sono nel sacchetto? Se sì, dopo quante estrazioni?

La corsa dei cavalli

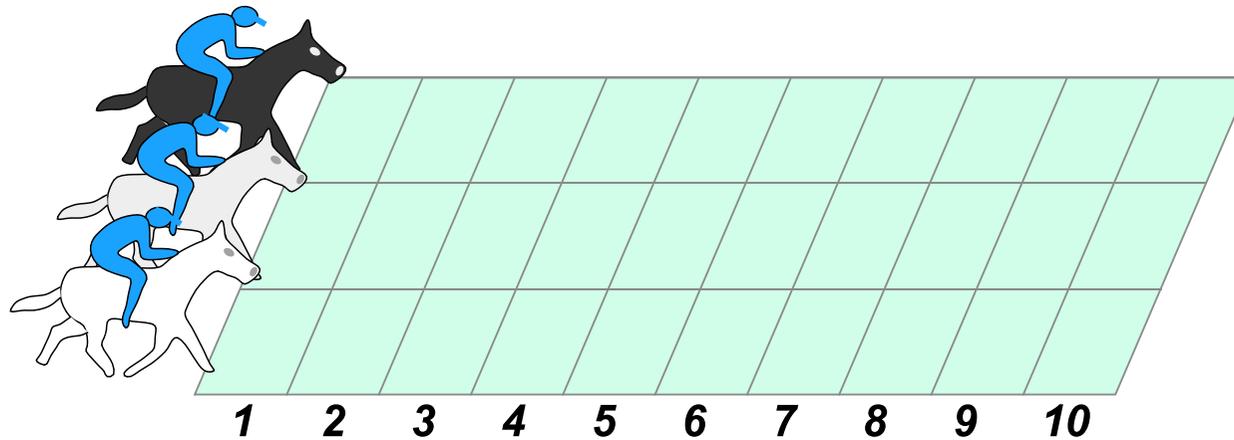


Ecco il tavolo da gioco, riproduzione di un tratto di ippodromo.

Il direttore della corsa ha un sacchetto contenente 4 palline: due bianche e due nere. A ogni giocata il direttore estrae due palline.

Se sono entrambe bianche, avanza di una casella il cavallo bianco. Se sono entrambe nere, avanza di una casella il cavallo nero. Se estrae una pallina bianca e una nera, avanza di una casella il cavallo grigio.

La corsa dei cavalli

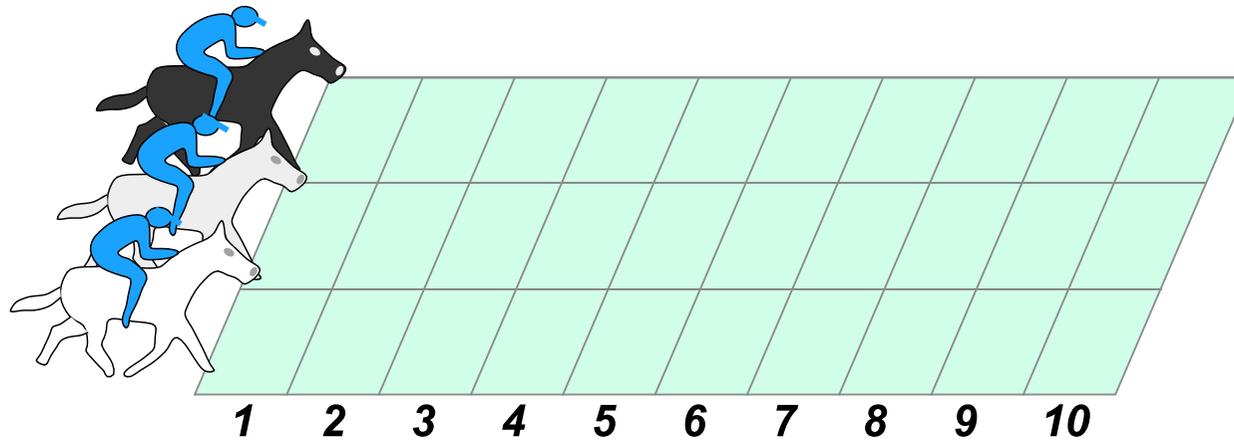


Sono aperte le scommesse! Ogni alunno indica il cavallo che ritiene vincitore.

Di solito gli alunni scelgono il cavallo che ritengono più bello.

Finite le scommesse, la corsa ha inizio. Il direttore esegue più volte (almeno 10) l'estrazione di due palline e ogni volta avanza il cavallo secondo il criterio appena citato.

La corsa dei cavalli



Vince il cavallo che si trova in testa dopo l'ultima estrazione.

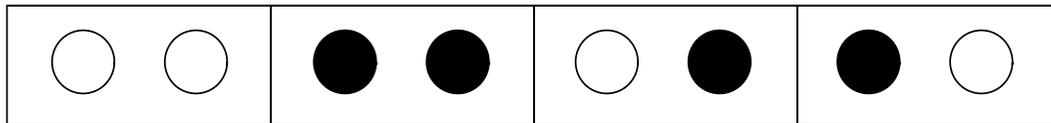
Si effettuano più gare e prima di dare il via a una nuova gara si riaprono le scommesse.

Dopo un po' inizia a farsi strada l'idea che il cavallo grigio è il più veloce.

Perché?

La corsa dei cavalli

Ecco le possibili estrazioni:



Si può constatare che:

il cavallo bianco ha 1 possibilità su 4 di vincere

Il cavallo nero ha 1 possibilità su 4 di vincere

Il cavallo grigio ha 2 possibilità su 4 di vincere, quindi addirittura il doppio.

Ecco spiegata la supremazia del cavallo grigio.

Prima concettualizzazione della probabilità

Se ho **2** possibilità su **4** di vincere, dico che ho la probabilità **2/4** di vincere. Questo valore di probabilità si può scrivere in vari modi, per esempio:

$\frac{1}{2}$; 0,5 ; 50%

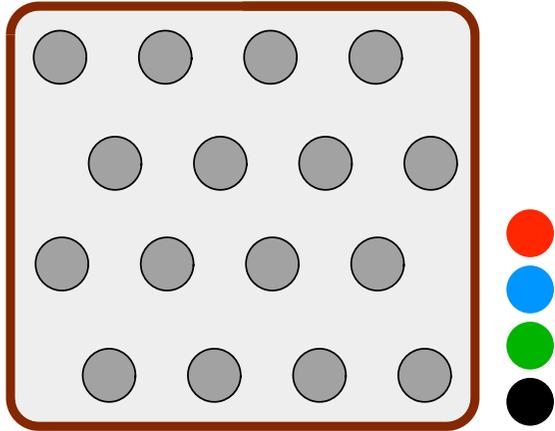
La probabilità è la **misura della verificabilità** di un evento casuale, cioè tale che possa verificarsi in diversi modi, ma di nessuno dei quali si ha certezza.

Che probabilità ha un **evento impossibile**? $\frac{0}{n}$ cioè 0

Che probabilità ha un **evento sicuro**? $\frac{n}{n}$ cioè 1

Un **evento possibile** (ma non sicuro) ha probabilità **p** con **0 < p < 1**.

Lancio nelle buche



Si lanciano delle palline in un contenitore nel quale vi sono 16 buche.

10 buche mangiano la pallina che vi cade e si chiudono.

Le altre, se ricevono la pallina, fanno suonare un campanello, si chiudono e la pallina vince un premio.

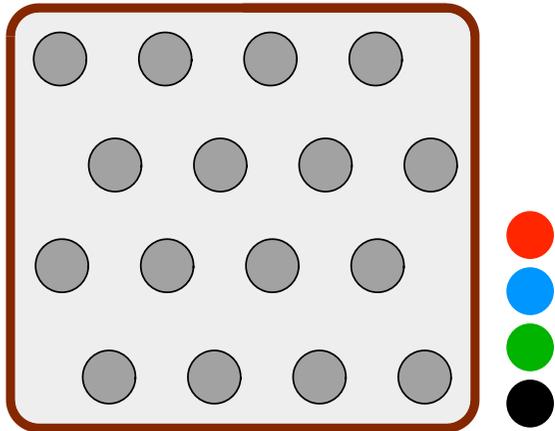
Pierino lancia la pallina rossa che viene mangiata da una buca.

Poi lancia la pallina azzurra che viene pure mangiata.

Finalmente la verde fa suonare il campanello.

Ora Pierino deve lanciare la pallina nera; che probabilità ha di vincere un secondo premio?

Lancio nelle buche: esempio di soluzione



Si potrebbe rappresentare il problema così:

buche perdenti ~~⊗~~ ~~⊗~~ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

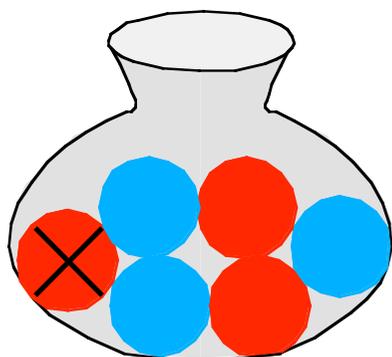
buche vincenti ~~⊗~~ ○ ○ ○ ○ ○

Probabilità di vincere un secondo premio:

5 possibilità su 13, cioè probabilità $5/13$, circa 0,38 oppure 38%.

Estrazioni ripetute: tenere o rimettere nell'urna?

In un'urna ci sono 6 palline perfettamente identiche tranne nel colore: tre rosse e tre blu.



Estraiamo una prima pallina e vediamo che è **rossa**,
la teniamo in mano e ne estraiamo una seconda:
qual è la probabilità che sia blu? $\frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$

Estraiamo una prima pallina e vediamo che è **rossa**,
la rimettiamo nell'urna e ne estraiamo una seconda:
qual è la probabilità che sia blu? $\frac{3}{6} = 0,5 = 50\%$

Il senso della probabilità

Come interpretare le probabilità appena trovate?

$$\frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$$

$$\frac{3}{6} = 0,5 = 50\%$$

Si riferiscono a due eventi possibili, ma non sicuri.

$0,6 > 0,5$ come va interpretato? (scommetteresti a occhi chiusi che alla seconda estrazione appaia una pallina blu nel primo caso?)

Supponiamo che la probabilità di vincere a un gioco sia $0,9$.

Se giochi, che cosa ti aspetti?

L'unico evento sicuro è quello che ha probabilità 1 di realizzarsi!

Il senso della probabilità

Il tredicesimo lancio

Abbiamo effettuato 12 lanci di una moneta non truccata e ottenuto, nell'ordine, i risultati seguenti:

T – T – C – T – T – C – C – T – T – T – C – T

Se lanciassimo la monetina per la tredicesima volta quale risultato (T o C) avrebbe maggiore probabilità di uscire?

- la più probabile è C (è uscito solo poche volte e «deve recuperare»);
- la più probabile è T (è uscito molte volte, è nel suo «momento fortunato»);

In verità:

nel 13.mo lancio C e T hanno la **stessa probabilità (0,5)** di uscire.

Indirizzi utili

gianar76@gmail.com

www.smasi.ch

<https://rsddm.dm.unibo.it>

Per i fascicoli Sapyent

<https://bit.ly/inostriamicinumeri>